

Пространство	Стандартная норма
R - пространство действительных чисел	$\ x\ = x $
R^n - n -мерное евклидово пространство, $x = (x_1, \dots, x_n)$, $x_i \in R$, $i = 1, \dots, n$	$\ x\ = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}$
$C[a, b]$ - пространство всех непрерывных действительных на отрезке $[a, b]$ функций	$\ x\ = \max_{a \leq t \leq b} x(t) $
$C_k[a, b]$ - пространство всех k раз непрерывно дифференцируемых действительных на отрезке $[a, b]$ функций	$\ x\ = \sum_{i=0}^k \max_{a \leq t \leq b} x^{(i)}(t) $
l_p - пространство всевозможных бесконечномерных векторов $x = (x_1, \dots, x_n, \dots)$, $x_i \in R$, $i = 1, \dots, n, \dots$ таких, что $\sum_{i=1}^{\infty} x_i ^p < \infty$	$\ x\ = \left(\sum_{i=1}^{\infty} x_i ^p \right)^{\frac{1}{p}}$
l_{∞} - пространство всевозможных бесконечномерных векторов $x = (x_1, \dots, x_n, \dots)$, $x_i \in R$, $i = 1, \dots, n, \dots$ таких, что $\sup_i x_i < \infty$	$\ x\ = \sup_i x_i $
$L_p[a, b]$ - пространство суммируемых на отрезке $[a, b]$ функций с показателем p , т.е. функций таких, что $\int_a^b x(t) ^p dt < \infty$	$\ x\ = \left(\int_a^b x(t) ^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$

Основные неравенства

1. Неравенства Коши-Буняковского:

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i b_i \right)^2 \leq \sum_{i=1}^n a_i^2 \sum_{i=1}^n b_i^2;$$

$$\left(\int_a^b x(t) y(t) dt \right)^2 \leq \int_a^b x^2(t) dt \int_a^b y^2(t) dt.$$

2. Неравенства Минковского:

$$\left(\sum_{i=1}^n |a_i + b_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\sum_{i=1}^n |b_i|^p \right)^{\frac{1}{p}};$$

$$\left(\int_a^b |x(t) + y(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\int_a^b |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\int_a^b |y(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

3. Неравенства Гельдера:

$$\sum_{i=1}^n |a_i b_i| \leq \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^n |b_i|^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad p > 1, \quad q > 1;$$

$$\int_a^b |x(t) y(t)| dt \leq \left(\int_a^b |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_a^b |y(t)|^q dt \right)^{\frac{1}{q}}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad p > 1, \quad q > 1.$$