

**Вопросы к экзамену по дисциплине  
«Функциональный анализ»**

1. Линейные пространства: определение, примеры
2. Линейная зависимость и линейная независимость элементов
3. Конечномерные и бесконечномерные пространства
4. Линейные многообразия: определение, примеры
5. Определение нормированного пространства, примеры
6. Сходимость последовательностей (единственность предела, свойства сходящихся последовательностей)
7. Определение сферы, шаров. Определение ограниченного множества
8. Предельные, изолированные, внутренние точки множества
9. Открытые и замкнутые множества
10. Определение фундаментальной последовательности
11. Связь сходимости и фундаментальности последовательности
12. Определение полного нормированного пространства
13. Примеры полных пространств
14. Примеры неполных пространств
15. Теорема о вложенных шарах
16. Определение эквивалентных норм
17. Эквивалентность норм в конечномерном пространстве
18. Пример неэквивалентных норм
19. Определение евклидова пространства
20. Примеры евклидовых пространств
21. Неравенство Коши-Буняковского
22. Норма в евклидовом пространстве
23. Непрерывность линейных операций и скалярного произведения в евклидовом пространстве. Угол между элементами
24. Ортогональные элементы
25. Определение ортогональной, ортонормированной систем
26. Связь ортогональности и линейной независимости
27. Процесс ортогонализации Шмидта
28. Существование не более чем счетного базиса в сепарабельном пространстве
29. Ряд Фурье элемента евклидова пространства
30. Неравенство Бесселя
31. Определение замкнутой системы
32. Равенство Парсеваля
33. Свойство минимальности коэффициентов Фурье
34. Эквивалентность полноты и замкнутости ортонормированной системы в сепарабельном пространстве
35. Теорема Рисса
36. Определение гильбертова пространства
37. Изоморфизм гильбертовых пространств
38. Подпространства гильбертова пространства

39. Ортогональное дополнение
40. Разложение элемента гильбертова пространства по подпространствам
41. Равенство параллелограмма
42. Область определения, область значений, ядро оператора
43. Связь понятий «оператор» и «функционал»
44. Определение непрерывного оператора (по Коши, по Гейне, на множестве)
45. Линейный оператор: определение, свойства
46. Ограниченные операторы
47. Критерий ограниченности линейного оператора
48. Связь непрерывности и ограниченности линейного оператора
49. Ограниченность линейного оператора в конечномерном пространстве
50. Определение линейной структуры пространства операторов
51. Норма оператора
52. Вычисление нормы операторов
53. Полнота пространства операторов
54. Типы сходимостей последовательностей операторов. Связь между ними